

構造化人口モデルと生活史制御

Structured Population models and Life History Control

大泉嶺 *

1 要旨

構造化人口モデルは、将来推計人口の基本的な数理モデルであり、安定人口モデルともいう。実際のデータを用いた研究では、Leslie 行列が知られているが、時刻と年齢を連続化した構造化人口モデルとして、MacKendrick 方程式などの微分方程式による数理モデルがある。このモデルは出生率と死亡率が連続的な年齢を変数とする分布関数として与えられる。こうする事で、出生率の最大値や死亡率の最小値などを解析学的に扱うことが出来る。出生率や死亡率の分布関数は、生物全般に広げれば多種多様である事は言うまでも無いだろう。生物学ではこの多様性はダーウィンの進化論によって説明づけられる。数理生物学的にこうした多様性を論じるためには、“適者生存”は何らかの“最適値問題”として言い換える必要がある。出生と死亡は形態こそ様々であるが、殆どの生物に共通して見られる性質であり、そこに生育過程が加わることによって生活史が生まれる。生活史を最適制御する事によって人口増加率（適応度）の最大化や、他の生活史を集団から排除する（進化的安定な戦略）ことで進化が起こるとされている。本研究では、年齢を a とする以下の制御方程式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \tilde{\phi}_r^*(a, y, \Gamma) - \inf_{v \in \mathbb{V}} \{ [H^*(a, y, v, \Gamma) + r] \tilde{\phi}_r^*(a, y, \Gamma) - F(a, y, v, \Gamma) \} &= 0 \\ \tilde{\phi}_r^*(\alpha, y, \Gamma) &= 0 \\ \tilde{\psi}_r(\Gamma) &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

がある条件の基で最適な人口動態と最適な生育過程の確率微分方程式モデル:

$$\begin{aligned} X_u^j &= y^j + \int_a^u g_j(\tau, X_\tau, \tilde{v}_u(X_u), \Gamma) d\tau + \sum_{l=1}^N \int_a^u \sigma_{jl}(\tau, X_\tau, \tilde{v}_u(X_u), \Gamma) dB_\tau^l \quad a \leq u \leq \alpha \\ X_a^j &= y^j \end{aligned}$$

を与える事 [1] を示す。

参考文献

- [1] Oizumi, R., Kuniya, T., and Enatsu, Y. Reconsideration of r/k selection theory using stochastic control theory and nonlinear structured population models. *PloS one*, 11(6):e0157715, (2016).

* 国立社会保障・人口問題研究所