

# 単純な離散時間競争モデルにおける適応的な繁殖遅延

Adaptive delayed reproduction in a simple discrete-time competition model

今 隆助 (宮崎大学)

Ryusuke Kon (University of Miyazaki)

konr@cc.miyazaki-u.ac.jp

休眠などによる繁殖遅延は、一定環境下では適応的ではないが、変動環境下では適応的になることが知られている [2]. これは、変動環境下では、休眠中に死亡するリスクよりも繁殖時に環境が好転していることにより繁殖率が增大するベネフィットの方が大きくなり得るからである.

本発表では、次の単純な離散時間競争モデルを用いて、密度依存効果により自発的に振動している場合にも、繁殖遅延が適応的になり得ることを示す.

$$\begin{cases} x_1(n+1) &= b \exp[-\alpha\{(1-\eta)sx_1(n) + sx_2(n)\}] \cdot (1-\eta)sx_1(n) + \eta sx_1(n) \\ x_2(n+1) &= b \exp[-\alpha\{(1-\eta)sx_1(n) + sx_2(n)\}] \cdot sx_2(n) \end{cases}$$

ここで、 $x_1, x_2$  はそれぞれ種 1 と種 2 の未成熟個体の数を表す。 $s$  は未成熟個体の生存確率を表す。最も重要な仮定は、種 1 の未成熟個体のうち  $\eta$  の割合だけ、成熟が遅れ繁殖も遅れる点である。繁殖は密度に依存すると仮定し、 $b \exp[-\alpha\{(1-\eta)sx_1(n) + sx_2(n)\}]$  が成熟した 1 個体が生む子供の数を表す。繁殖を延期した個体は、次の繁殖期までに  $1-s$  の確率で死亡する可能性がある。そのため、繁殖を延期することの利点がないように見える。

$\tilde{x}_1(n) = \alpha(1-\eta)sx_1(n)$ ,  $\tilde{x}_2(n) = \alpha sx_2$ ,  $\lambda = \ln(bs)$  と変数変換すると、上記のモデルは次のようになる。

$$\begin{cases} x_1(n+1) &= x_1(n)\{(1-\eta) \exp(\lambda - x_1(n) - x_2(n)) + \eta s\} \\ x_2(n+1) &= x_2(n) \exp(\lambda - x_1(n) - x_2(n)), \end{cases} \quad (1)$$

ここで、表記を簡単にするために  $\sim$  は省略した。パラメータは  $\lambda, s, \eta$  の 3 つであり、それぞれ、 $\lambda > 0, 0 < s < 1, 0 < \eta < 1$  である。

モデル (1) は下記の 3 つ平衡点をもつが、共存平衡点 (正平衡点) をもたない。

$$(0, 0), \quad \mathcal{F}_1 := \left(\lambda + \ln \frac{1-\eta}{1-s\eta}, 0\right), \quad \mathcal{F}_2 := (0, \lambda)$$

平衡点  $(0, 0)$  は常に不安定である。種 1 と種 2 の増殖率関数を下記のとおり、それぞれ  $g_1, g_2$  とする。

$$g_1(x_1, x_2) := \{(1-\eta) \exp(\lambda - x_1 - x_2) + \eta s\}, \quad g_2(x_1, x_2) := \exp(\lambda - x_1 - x_2),$$

このとき、 $g_1$  は平衡点  $\mathcal{F}_2$  において 1 より小さいが、 $g_2$  は平衡点  $\mathcal{F}_1$  において 1 より大きいことがわかる。このことは、種 2 だけの生態系が平衡点  $\mathcal{F}_2$  で安定化しているならば、その生態系に種 1 は侵入できず、逆に、種 1 だけの生態系が平衡点  $\mathcal{F}_1$  で安定化しているならば、その生態系に種 2 が侵入できることを意味している。この意味で、平衡点の安定性

からは繁殖遅延は適応的になることはわからず、逆に、繁殖遅延が適応的でないことが示唆される。しかしながら、座標軸上の平衡点が不安定化すると、座標軸上に周期解等の複雑なアトラクターが存在し得るため、個体群が自発的に振動している場合には、繁殖遅延が適応的になり得ることが示せる。特に、 $x_2$  軸上のダイナミクスは Ricker 写像

$$x_2(n+1) = x_2(n) \exp(\lambda - x_2(n))$$

に従い、その 2 周期解の周期点の座標が具体的にパラメータで表現することができる [1] おかげで、座標軸上の 2 周期解の安定性が図 1 のように求められる。ただし、 $\eta$  は十分小さいと仮定する必要がある。つまり、繁殖を遅らせる個体は十分少ないと仮定している。

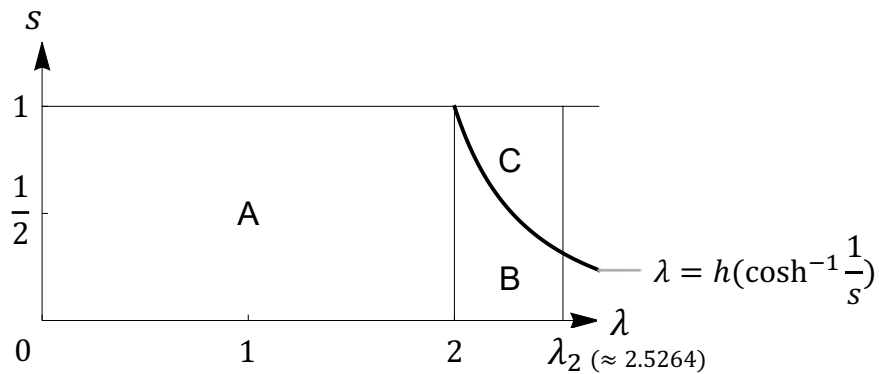


図 1:  $\eta \approx 0$  のときの、モデル (1) のパラメータ平面  $(\lambda, s)$ . 平衡点  $F_2$ , 2 周期解  $P_2$ , 2 周期解  $P_1$  は、それぞれ領域 A, B, C において安定である。  $\lambda > \lambda_2$  のとき、座標軸上に安定な平衡点や安定な 2 周期解は存在しない。図中の  $h$  は  $h(\xi) = \frac{\xi}{\tanh(\frac{\xi}{2})}$  である。

図 1 の領域 C では、 $x_1$  軸上の 2 周期解が安定化し、 $x_2$  軸上の 2 周期解が不安定化している。これは、一部の個体が繁殖を延期している種 1 が繁殖を延期しない種 2 よりも、競争において有利になることを示している。  $\lambda$  が大きくなると個体数振動の振幅が大きくなり、 $s$  は未成熟個体の生存確率を表すため、個体数振動の振幅が大きく、未成熟個体の死亡率が十分小さければ、繁殖遅延が適応的になることがわかる。

## 参考文献

- [1] S. D. Mylius and O. Diekmann. The resident strikes back: invader-induced switching of resident attractor. *J Theor Biol*, 211(4):297–311, Aug 2001.
- [2] S. Tuljapurkar. Delayed reproduction and fitness in variable environments. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 87(3):1139–1143, 1990.