

# 多地域レスリー行列の理論と日本の人口減少における解析への応用

Theory and Application of Multiregional Leslie Matrix to An  
Analysis of Population Declining in Japan.

大泉 嶺

(国立社会保障・人口問題研究所)

Ryo Oizumi

(National Institute of Population and Social Security Research)

要旨：

日本の期間合計特殊出生率が 1976 年に人口置換水準を下回って以来、45 年以上低出生率が続いている。その影響は 2010 年の国勢調査を境に直近の国勢調査年である 2020 年までのこの 10 年間人口減少に転じている。人口動態を決定づける要因は出生率・死亡率・移動の 3 要素である。これらの要因は年齢ごと、都道府県ごとに特徴がありそれらが相互に影響し合っ人口のダイナミクスを決定づけている。本研究ではこれらの相互作用を考慮した多地域レスリー行列モデルの理論を用いて、各年齢ごと、地域ごとの人口減少への影響を考察する。

多地域レスリー行列とは以下のように構成される。

- $i$  県在住の  $a$  歳女性の単位時間あたりの生存率： $s_i(a)$
- $a$  歳女性の  $i$  県から  $j$  県への単位時間あたりの移動確率： $T_{ji}(a) \geq 0$ ,  
 $\sum_{i=1}^n T_{ij}(a) = 1$ .
- $a$  歳女性の  $i$  県から  $j$  県への単位時間あたりの移住率：

$$k_{ij}(a) := \begin{cases} T_{ij}(a)s_j(a) & i \neq j \\ \left(1 - \sum_{\ell \neq j} T_{ij}(a)\right) s_j(a) & i = j \end{cases}$$

- 時刻  $t$  に  $a$  歳女性の  $i$  県在住のコホート： $p_t(a, i)$ .

とすると、単位時間あたりの加齢と人口移動は以下の漸化式で与えられる：

$$p_{t+1}(a+1, i) = \sum_{j=1}^n k_{ij}(a)p_t(a, j). \quad (1)$$

一方、 $f_{ij}(a) \geq 0$  を  $a$  歳  $j$  県在住女性が  $i$  県に対する女兒の出生率とすると  $i$  県における新

規コーホートは次の再生産過程に従う。

$$p_{t+1}(0, i) = \sum_{a=0}^{\omega} \sum_{j=1}^n f_{ij}(a) p_t(a, j) \quad (2)$$

Oizumi, R., et al. 2022 によれば, この数理モデルでは支配的固有値 $\lambda_1$ に関する地域別安定年齢分布 $w_1$ および繁殖価値 $v_1$ は以下で与えられる。

地域別安定年齢分布 :

$$w_{\lambda}(a, i) = \sum_{j=1}^n \lambda_1^{-a-1} K_{ij}(a|0) w_1(0, j),$$

$s$ 歳で  $j$  県に居住する女性が  $a$ 歳で  $i$  県にいる確率 :

$$K_{ij}(a|s) := \begin{cases} \sum_{j_1, j_2, \dots, j_{a-s-1}=1}^n k_{ij_1}(a-1) k_{j_1 j_2}(a-2) \dots k_{j_{a-s-1} j}(s) & s < a-1 \\ \delta_{ij} & s = a-1 \end{cases}$$

$$w_1(0, i) = \begin{cases} w_1(0, j') \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{j_1 \dots j_m \neq j'} \psi_{ij_1}(\lambda_1) \times \dots \times \psi_{j_m j'}(\lambda_1) & i \neq j' \\ w_1(0, j') > 0 & i = j' \end{cases}$$

$j$  県が出生地の女性が生涯にわたる  $i$  県の出生に関する貢献度 :

$$\psi_{ij}(\lambda_1) := \sum_{a=0}^{\omega} \sum_{\ell=1}^n \lambda_1^{-a-1} f_{i\ell}(a) K_{\ell j}(a|0)$$

繁殖価値 :

$$v_{\lambda}(a, j) = \sum_{i=1}^n v_{\lambda}(0, i) \sum_{x=a}^{\omega} \sum_{\ell=1}^n \lambda_1^{-(x-a)-1} f_{i\ell}(x) K_{\ell j}(x|a)$$

$$v_1(0, j) = \begin{cases} v_1(0, i') \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i_1 \dots i_m \neq j'} \psi_{i' i_1}(\lambda_1) \times \dots \times \psi_{i_m j}(\lambda_1) & i \neq j' \\ v_1(0, i') > 0 & i = j' \end{cases}$$

この固有システムは潜在的に個人の移動履歴および先祖の出生履歴（移動傾向に変化がなければ）の情報を内包している。本講演では多地域レスリー行列の固有システムにおける数学的構造から人口学的解釈を考察し, 日本の人口減少に与える地域別出生率および国内移動の定量的影響を考察する。